Feuille d'exercices numéro 5

2007 -2008

Ex 1: Dans l'espace $\mathcal{E}$ muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soient A (1,2,3) et $D \begin{cases} x+y-2z-1=0 \\ 2x-y+z+1=0 \end{cases}$. Déterminez d(A,D) par trois méthodes :

a) Produit vectoriel
b) Intersection de deux plans perpendiculaires
c) d(A,D) = Inf { d(A,M) ; M $\in$ D }

Ex 2: Déterminer l'angle aigu du plan P:x+y+2z-1=0 et de la droite $D \begin{cases} x-y-z-2=0 \\ x-2y-3z+1=0 \end{cases}$

Ex 3: On définit les points A (0,3,1) , B (1,5,4) , C (1,0,3) et D (4,2,4) . On note D_1 la droite (AB) et D_2 la droite (CD). Montrer que D_1 et D_2 ne sont pas parallèles. On considère la droite Δ , perpendiculaire commune à D_1 et D_2. Déterminer les points d'intersection de D_1 et D_2 avec Δ .
En déduire la distance de D_1 à D_2

Ex 4: Dans l'espace on donne 4 points par leurs coordonnées dans le repère $\left\{O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right\}$:

A (1;1;0) ; B (0;1;1) ; C (1;0;1) et D (1;1;1) . On affecte ces 4 points des coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

a) Ecrire les équations de chacune des droites définies par un des 4 points et le barycentre des 3 autres .
b) Vérifier que ces 4 droites sont concourantes .

Ex 5: Prouver que les plans P et Q d'équations paramétriques:

$$P \begin{cases} x = 2+\lambda+2\mu \\ y = 2+2\lambda+\mu \\ z = 1-\lambda-\mu \end{cases} \quad \text{et} \quad Q \begin{cases} x = 1+3\lambda-\mu \\ y = 3+3\lambda+\mu \\ z = 1-2\lambda \end{cases} \quad \text{sont confondus}$$

Ex 6: Trouver une condition nécessaire et suffisante pour que le plan P d'équation $ux + vy + wz + h = 0$

coupe les trois droites $\mathcal{D}_1 \begin{cases} y = \alpha x \\ z = a \end{cases}$, $\mathcal{D}_2 \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ et $\mathcal{D}_3 \begin{cases} y = -\alpha x \\ z = -a \end{cases}$ en 3 points alignés .

Ex 7: Calculer les déterminants suivants :

$$\textbf{a)}\ D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{vmatrix} \qquad \textbf{b)}\ D = \begin{vmatrix} a & a & a \\ a & b & b \\ a & b & c \end{vmatrix} \qquad \textbf{c)}\ D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 9 & 16 \\ 9 & 16 & 25 \end{vmatrix} \qquad \textbf{d)}\ D = \begin{vmatrix} 1 & \cos(a) & \cos(2a) \\ 1 & \cos(b) & \cos(2b) \\ 1 & \cos(c) & \cos(2c) \end{vmatrix}$$

Ex 8: On considère la droite D passant par A = (1,2,-1) et de vecteur directeur $\vec{u} = (1,1,-1)$. Soit B = (2,1,-3)
Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de B sur D ,ainsi que la distance de B à D .

Ex 9: On considère les plans P et Q d'équations respectives $3x-4y+1=0$ et $6x-2y-3z+2=0$.
Déterminer l'ensemble des points équidistants de P et Q .

Ex 10: Etant donnés A=(1,-1,4) et B=(2,-1,4) .
Déterminer l'ensemble des points M tels que : MB = 2 MA

Ex 11: Soit le plan $\mathcal{P}$ passant par A (1,2,2) , B (2,1,1) et C (2,-3,-1) et la droite $\mathcal{D}$ passant par E (1,2,-1) et F (3,1,1) . Déterminer $\mathcal{D} \cap \mathcal{P}$ **.**

Ex 12: Soit le plan $\mathcal{P}$ passant par A (1,2,2) , B (2,1,1) et C (2,-3,-1) .
Déterminer une représentation paramètrique des droites d'intersection de $\mathcal{P}$ avec les plans d'équation respective : $x = 0$, $y = 0$ et $z = 0$.