Formules de trigonométrie

2007 -2008

Formules fondamentales : $\tan(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ pour $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $\text{cotan}(x)=\dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$ pour $x\neq k\pi$.

$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$ d'où $1+\tan^2(x)=\dfrac{1}{\cos^2(x)}$ et $1+\text{cotan}^2(x)=\dfrac{1}{\sin^2(x)}$

Formules d'addition : $\begin{cases}\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)\\ \cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)\end{cases}$ et $\begin{cases}\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\sin(b)\cos(a)\\ \sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\sin(b)\cos(a)\end{cases}$

D'où $\tan(a+b)=\dfrac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$ et $\tan(a-b)=\dfrac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$

Formules des doubles : $\sin(2a)=2\sin(a)\cos(a)$ **,** $\tan(2a)=\dfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$ **et surtout**

$\cos(2a)=\cos^2(a)-\sin^2(a)=2\cos^2(a)-1=1-2\sin^2(a)$ **qui donne** $\cos^2(a)=\dfrac{1+\cos(2a)}{2}$ $\sin^2(a)=\dfrac{1-\cos(2a)}{2}$

Formules produits en sommes : (proviennent des formules d'addition)

$$\cos(a)\cos(b)=\frac{1}{2}\big(\cos(a+b)+\cos(a-b)\big)$$

$$\sin(a)\sin(b)=\frac{1}{2}\big(\cos(a-b)-\cos(a+b)\big)$$

$$\sin(a)\cos(b)=\frac{1}{2}\big(\sin(a+b)+\sin(a-b)\big)$$

Formules sommes en produits : (les précédentes en changeant de variables)

$$\cos(p)+\cos(q)=2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \qquad \cos(p)-\cos(q)=-2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p)+\sin(q)=2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \qquad \sin(p)-\sin(q)=2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Formules en t : si $t=\tan\left(\dfrac{a}{2}\right)$, $\cos(a)=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sin(a)=\dfrac{2t}{1+t^2}$ et $\tan(a)=\dfrac{2t}{1-t^2}$.

Résolution d'équations trigonométriques :

$$\cos(a)=\cos(b)\Leftrightarrow\begin{cases}a=b+2k\pi\\ \text{ou}\\ a=-b+2k\pi\end{cases}$$

$$\sin(a)=\sin(b)\Leftrightarrow\begin{cases}a=b+2k\pi\\ \text{ou}\\ a=\pi-b+2k\pi\end{cases}$$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

$$\tan(a)=\tan(b)\Leftrightarrow a=b+k\pi$$